

中学3年数学講座

第1章 多項式の計算

16. 図形の性質の証明

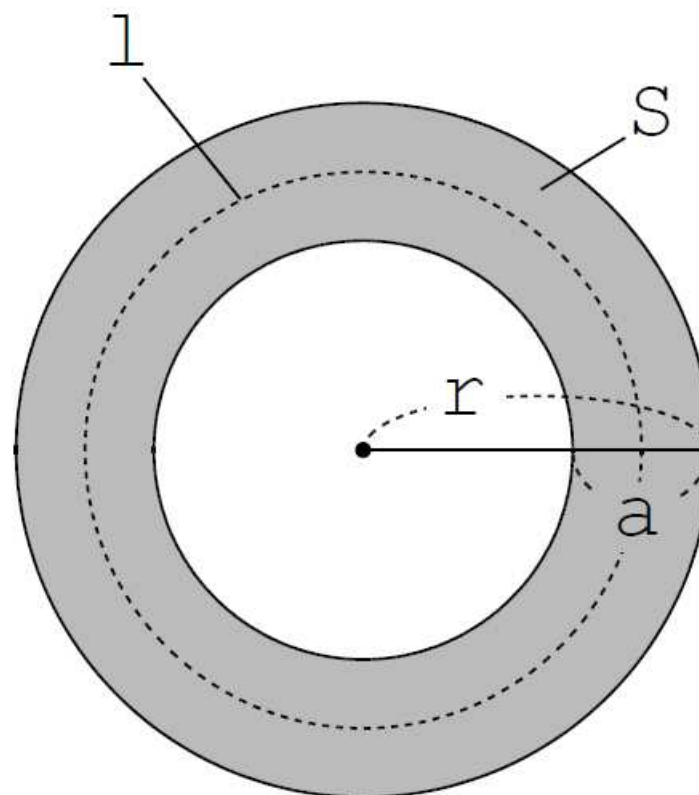
基本問題



講師：高山よしなり

基本問題

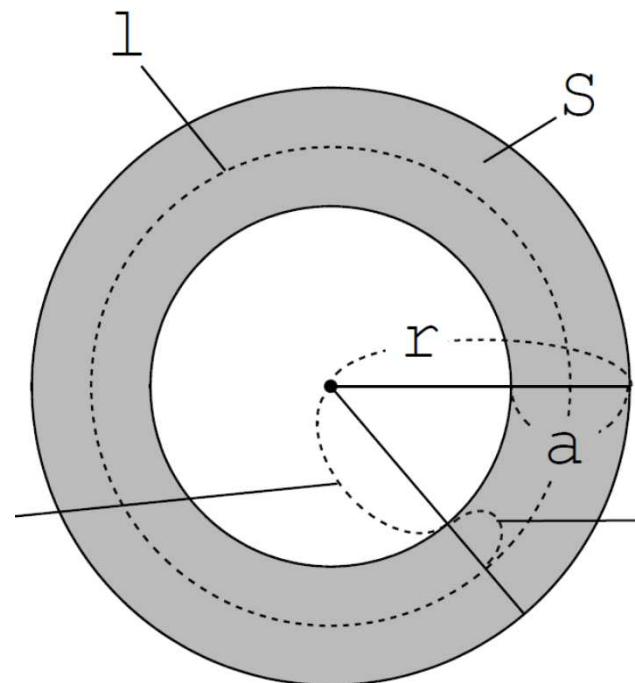
半径 r の円形の土地の内側に、幅 a の灰色の道がある。この道の真ん中を通る円周の長さを l とし、道の面積を S とすると、 $S=al$ の関係が成立することを証明しなさい。

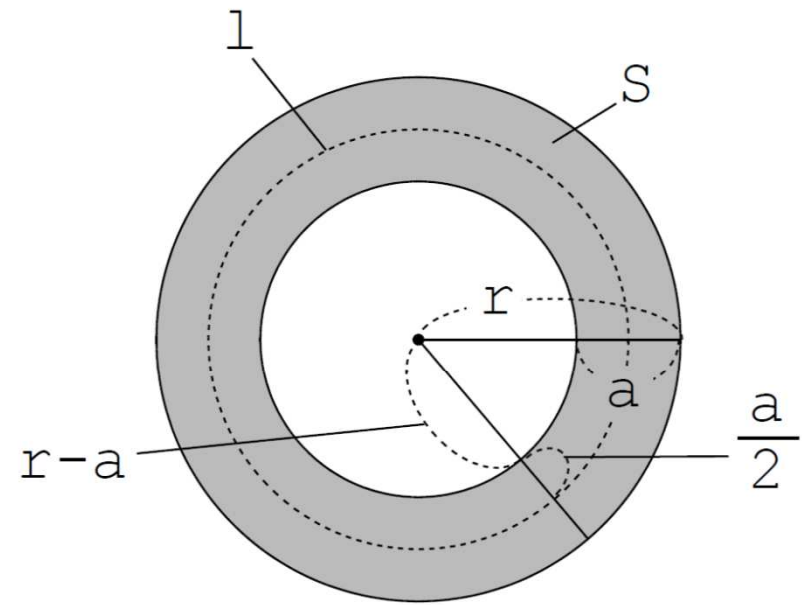


基本問題

半径 r の円形の土地の内側に、幅 a の灰色の道がある。この道の真ん中を通る円周の長さを l とし、道の面積を S とすると、 $S=al$ の関係が成立することを証明しなさい。

- ①分かる数は書き込む
- ②どこから何を引くか考える



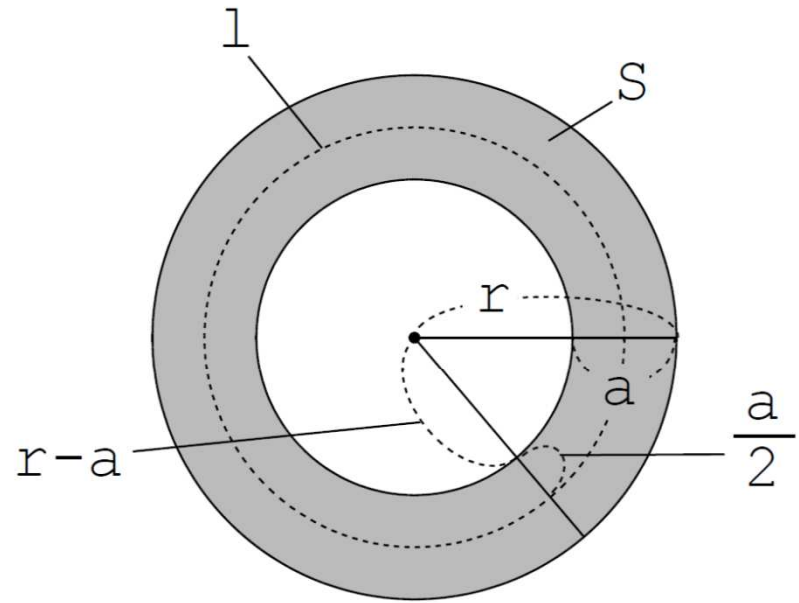


道の面積 S を求める。

$$\begin{aligned}
S &= \pi r^2 - \pi (r - a)^2 \\
&= \pi r^2 - \pi (r^2 - 2ar + a^2) \\
&= \pi r^2 - \pi r^2 + 2\pi ar - \pi a^2 \\
&= 2\pi ar - \pi a^2 = \pi a (2r - a) \cdots \cdots \textcircled{1}
\end{aligned}$$

次に、 l を求める。

$$\begin{aligned}
l &= 2\pi \left(r - a + \frac{a}{2} \right) \\
&= 2\pi \left(r - \frac{2a}{2} + \frac{a}{2} \right) \\
&= 2\pi \left(r - \frac{a}{2} \right) \\
&= 2\pi r - \pi a = \pi (2r - a) \cdots \cdots \textcircled{2}
\end{aligned}$$



②より、

$$al = a \times \pi (2r - a) = \pi a (2r - a) \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①と③より、 $S = al$ となる。

応用問題へGO

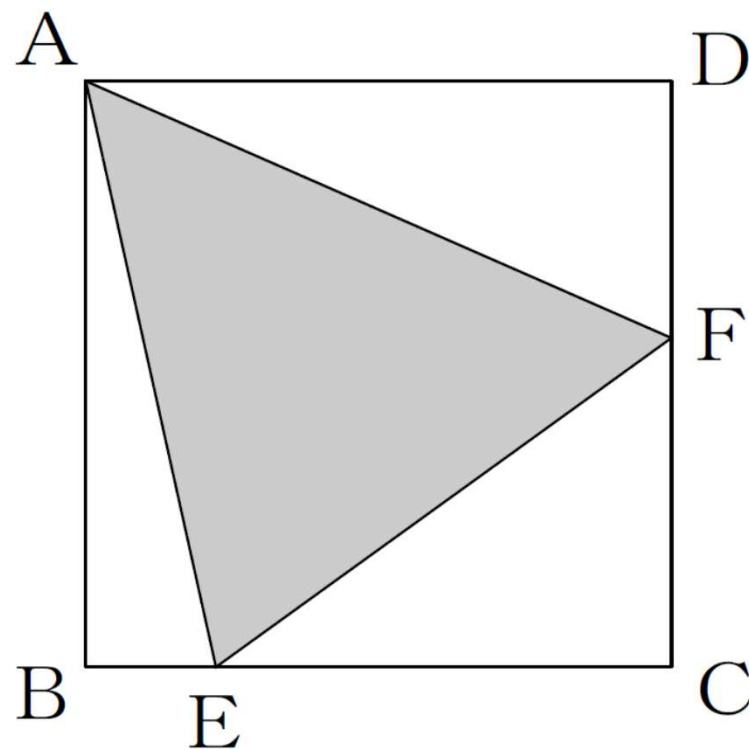


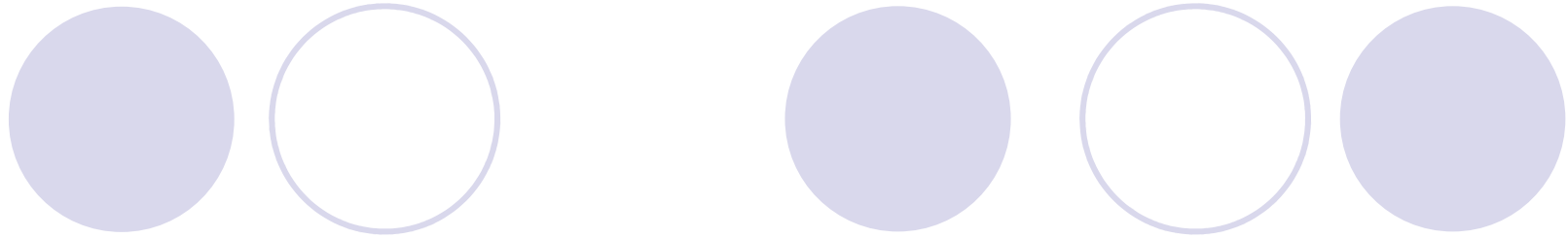
応用問題

右図のように、一辺の長さが a の正方形 $ABCD$ で、辺 BC 上に、 $BE = b$ となる点 E をとり、辺 CD 上に、 $DF = 2b$ となる点 F をとった場合、三角形 AEF の面積は、

$$\frac{1}{2}a^2 - b^2$$

となる。このことを証明しなさい。





それでは、応用問題をがんばって解きましょう。

